

TD N°4

EXERCICE1 :

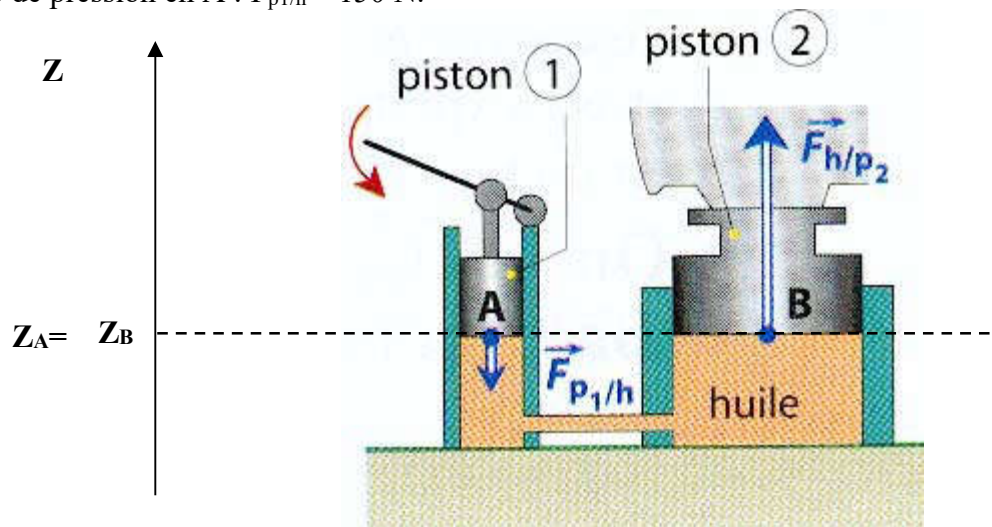
La figure ci-dessous représente un cric hydraulique formé de deux pistons (1) et (2) de section circulaire.

Sous l'effet d'une action sur le levier, le piston (1) agit, au point (A), par une force de pression $F_{p1/h}$ sur l'huile. L'huile agit, au point (B) sur le piston (2) par une force

$F_{p2/h}$

On donne :

- les diamètres de chacun des pistons : $D1 = 10 \text{ mm}$; $D2 = 100 \text{ mm}$.
- l'intensité de la force de pression en A : $F_{p1/h} = 150 \text{ N}$.



- 1) Déterminer la pression P_A de l'huile au point A.
- 2) Quelle est la pression P_B ?
- 3) En déduire l'intensité de la force de pression $F_{h/p2}$.

CORRIGE

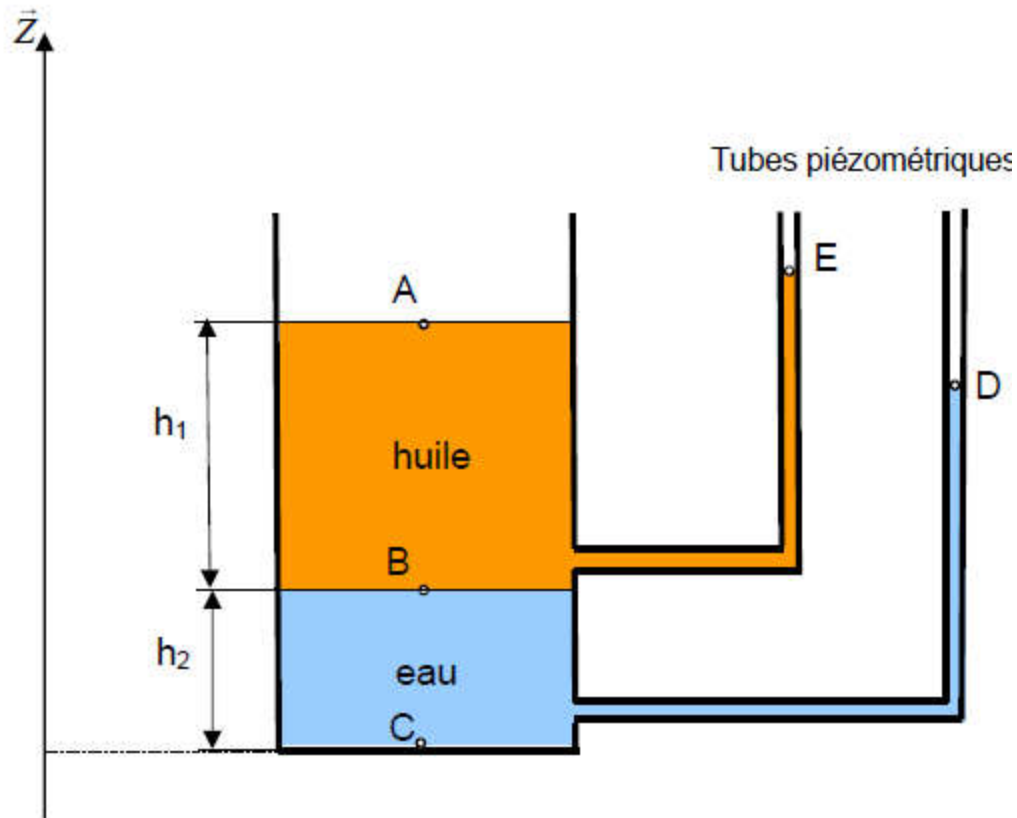
- 1) Pression P_A de l'huile au point A: $P_A = (4 \cdot F_{p1/h}) / (\pi \cdot D_1^2)$ donc $P_A = 19 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
- 2) RFH (Relation Fondamentale de l'Hydrostatique) entre A et B :
 $P_B - P_A = \rho \cdot g \cdot (Z_A - Z_B)$ or $Z_A = Z_B$ donc $P_B = P_A = 19 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
- 3) La force de pression en B est $F_{h/p2} = P_B \cdot (\pi \cdot D_2^2 / 4)$ donc $P_B = 0,149 \cdot 10^5 \text{ N} \approx 0,15 \cdot 10^5 \text{ N}$

Commentaire: On constate que la force $F_{p1/h} = 150 \text{ N}$ est relativement faible par rapport à $F_{h/p2} = 150 \cdot 10^2 \text{ N}$. Avec ce système nous avons atteint un rapport de réduction de force de presque 100. Ce rapport correspond au rapport des diamètres des cylindres. On utilise souvent le même principe de réduction d'effort dans plusieurs applications hydrauliques (exemple: presse hydraulique).

Exercice 2 :

La figure ci-dessous représente un réservoir ouvert, équipé de deux tubes piézométriques et rempli avec deux liquides non miscibles :

- de l'huile de masse volumique $\rho_1 = 850 \text{ kg/m}^3$ sur une hauteur $h_1 = 6 \text{ m}$,
- de l'eau de masse volumique $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$ sur une hauteur $h_2 = 5 \text{ m}$.



On désigne par:

- A un point de la surface libre de l'huile,
- B un point sur l'interface entre les deux liquides,
- C un point appartenant au fond du réservoir
- D et E les points représentant les niveaux dans les tubes piézométriques,
- $Z_C = 0$.

Appliquer la relation fondamentale de l'hydrostatique (RFH) entre les points:

- 1) B et A. En déduire la pression P_B (en bar) au point B.
- 2) A et E. En déduire le niveau de l'huile Z_E dans le tube piézométrique.
- 3) C et B. En déduire la pression P_C (en bar) au point C.
- 4) C et D. En déduire le niveau de l'eau Z_D dans le tube piézométrique.

CORRIGE

1) RFH entre B et A : $P_B - P_A = \rho_1 \cdot g \cdot (Z_A - Z_B)$ Or $P_A = P_{atm}$ et $Z_A - Z_B = h_1$

Donc $P_B = P_A + \rho_1 \cdot g \cdot h_1 = 10^5 + 850 \cdot 9,81 \cdot 6 = 150031 \text{ Pa} = 1,5 \text{ bar}$

2) RFH entre A et E : $P_A - P_E = \rho \cdot g \cdot (Z_E - Z_A)$ Or $P_A = P_E = P_{atm}$

Donc $Z_E = Z_A + h_1 + h_2 = 6 + 5 = 11 \text{ m}$

3) RFH entre C et B : $P_C - P_B = \rho_2 \cdot g \cdot (Z_B - Z_C)$ Or $Z_B - Z_C = h_2$

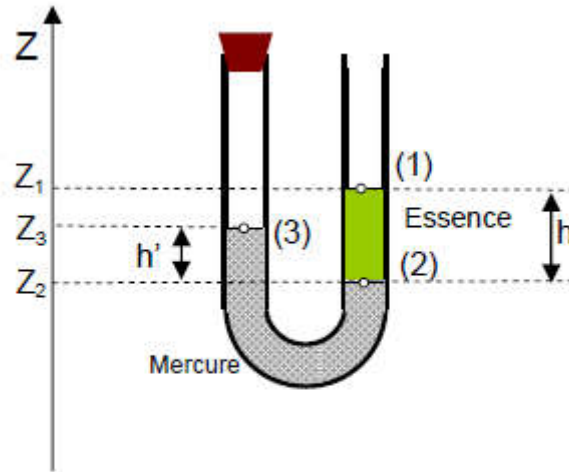
Donc $P_C = P_B + \rho_2 \cdot g \cdot h_2 = 150031 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 5 = 199081 \text{ Pa} = 2 \text{ bar}$

4) RFH entre C et D : $P_C - P_D = \rho_2 \cdot g \cdot (Z_D - Z_C)$ Or $P_D = P_{atm}$ et $Z_C = 0$

$$\text{Donc } Z_D = (P_C - P_D) / (\rho_2 \cdot g) = (199081 - 10^5) / (1000 \cdot 9,81) = 10,1 \text{ m}$$

Exercice 3 :

Soit un tube en U fermé à une extrémité qui contient deux liquides non miscibles.



Entre les surfaces :

- (1) et (2) il s'agit de l'essence de masse volumique $\rho_{\text{essence}} = 700 \text{ kg/m}^3$.
- (2) et (3), il s'agit du mercure de masse volumique $\rho_{\text{mercure}} = 13600 \text{ kg/m}^3$.

La pression au-dessus de la surface libre (1) est $P_1 = P_{\text{atm}} = 1 \text{ bar}$.

L'accélération de la pesanteur est $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

La branche fermée emprisonne un gaz à une pression P_3 qu'on cherche à calculer.

1) En appliquant la RFH (Relation Fondamentale de l'Hydrostatique) pour l'essence, calculer la pression P_2 (en mbar) au niveau de la surface de séparation (2) sachant que

$$h = (Z_1 - Z_2) = 728 \text{ mm}.$$

2) De même, pour le mercure, calculer la pression P_3 (en mbar) au niveau de la surface (3) sachant que $h' = (Z_3 - Z_2) = 15 \text{ mm}$.

CORRIGE

1) RFH pour l'essence : $P_2 - P_1 = \rho_{\text{essence}} \cdot g \cdot (Z_1 - Z_2)$, donc $P_2 = P_1 + \rho_{\text{essence}} \cdot g \cdot h$

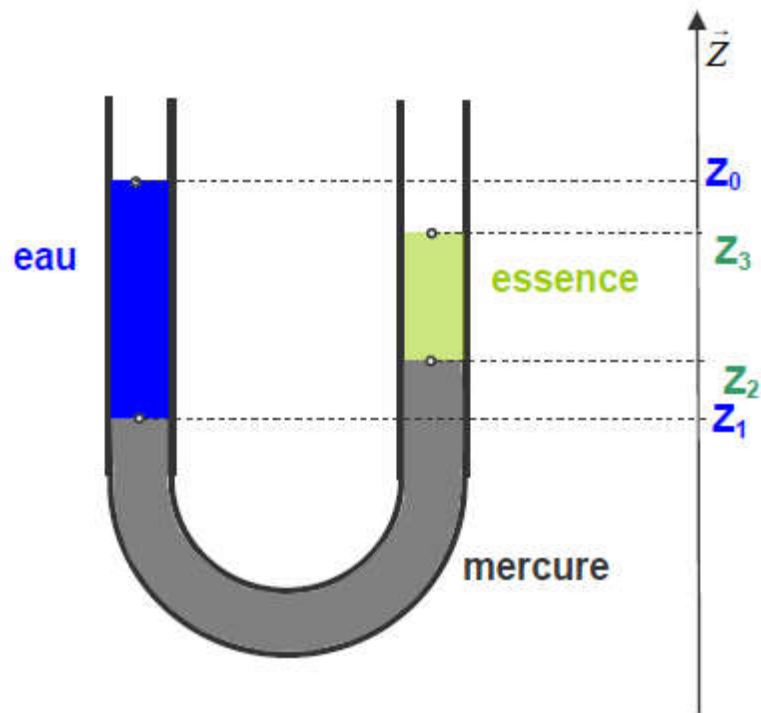
A.N : $P_2 = 10^5 + 700 \cdot 9,8 \cdot 0,728 = 1,05 \cdot 10^5 \text{ pascal} = 1,05 \text{ bar} = 1050 \text{ mbar}$

2) RFH pour le mercure : $P_2 - P_3 = \rho_{\text{mercure}} \cdot g \cdot (Z_3 - Z_2)$, donc $P_3 = P_2 - \rho_{\text{mercure}} \cdot g \cdot h'$

A.N : $P_3 = 1050 \cdot 10^3 - 13600 \cdot 9,8 \cdot 0,015 = 1,03 \cdot 10^5 \text{ pascal} = 1,03 \text{ bar} = 1030 \text{ mbar}$

Exercice 4 :

On considère un tube en U contenant trois liquides:



- de l'eau ayant une masse volumique $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$,
- du mercure ayant une masse volumique $\rho_2 = 13600 \text{ kg/m}^3$,
- de l'essence ayant une masse volumique $\rho_3 = 700 \text{ kg/m}^3$.

On donne :

$$Z_0 - Z_1 = 0,2 \text{ m}$$

$$Z_3 - Z_2 = 0,1 \text{ m}$$

$$Z_1 + Z_2 = 1,0 \text{ m}$$

On demande de calculer Z_0 , Z_1 , Z_2 et Z_3 .

CORRIGE

D'après (RFH), chapitre 2, on peut écrire:

$$P_1 - P_0 = \rho_1 \cdot g \cdot (Z_0 - Z_1)$$

$$P_2 - P_1 = \rho_2 \cdot g \cdot (Z_1 - Z_2)$$

$$P_3 - P_2 = \rho_3 \cdot g \cdot (Z_2 - Z_3)$$

Puisque que $P_0 = P_3 = P_{\text{atm}}$, en faisant la somme de ces trois équations on obtient :

$$\rho_1 \cdot (Z_0 - Z_1) + \rho_2 \cdot (Z_1 - Z_2) + \rho_3 \cdot (Z_2 - Z_3) = 0$$

$$\text{Donc } (Z_2 - Z_1) = (\rho_1 / \rho_2) \cdot (Z_0 - Z_1) - (\rho_3 / \rho_2) \cdot (Z_3 - Z_2)$$

$$\underline{\text{AN :}} (Z_2 - Z_1) = 0,0096 \text{ m}$$

$$\text{Or } Z_1 + Z_2 = 1,0 \text{ m donc } Z_1 = 0,4952 \text{ m et } Z_2 = 0,5048 \text{ m}$$

$$Z_3 - Z_2 = 0,1 \text{ m donc } Z_3 = 0,6048 \text{ m}$$

$$Z_0 - Z_1 = 0,2 \text{ m donc } Z_0 = 0,6952 \text{ m}$$